УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой СП ЮУрГУ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_Л.Б. Соколинский

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2022 г.

Фонд оценочных средств

ООП «Инженерия информационных и интеллектуальных систем»

по направлению 09.03.04 – Программная инженерия

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

| **№ КМ** | **Вид КМ** | **Наименование КМ** | **Оценочные средства** |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К1 | Пример контрольного задания:  1. Выполнить действия:  .  2. Найти матрицу, заданную формулой:  , если , .  3. Вычислить определители:  а) ; б) ;  4. Вычислить определитель 3-го порядка:  . |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К2 | Пример контрольного задания:  1. Для матрицы второго порядка найти алгебраическое дополнение :  ;  2. Для матрицы третьего порядка найти алгебраические дополнения , :    3. Для матрицы второго порядка найти обратную матрицу. Сделать проверку:    4. Найти матрицу Х из матричного уравнения: |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К3 | Вопросы для подготовки к устному опросу:  1.Формулы Крамера решения систем трех линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными.  2. Запишите один из способов вычисления определителя третьего порядка.  3. Свойства определителей на примере определителя третьего порядка.  4. Что такое транспонированная матрица? Приведите пример.  5. Приведите пример умножения двух матриц размера 2х2. |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К4 | Пример контрольного задания:  1. Найти решение системы по формулам Крамера:  ;  2. Решить систему методом Крамера    3. Решить систему методом Гаусса  ;  4. Найти ранг матрицы |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К5 | Пример контрольного задания:  Дана матрица *A*:    1. Как выглядит характеристическое уравнение для этой матрицы.  2. Найти собственные значения  и  для матрицы *A.*  3. Найти собственные векторы  для матрицы *A.*  4. Выпишите спектральное разложение матрицы *A,* используя найденные собственные векторы и собственные значения матрицы *A* по формуле: , где *V* – матрица, в которой каждый столбец – это собственный вектор, ,  - вектор собственных значений. |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К6 | Пример контрольного задания:  Даны координаты точек:  А (0; 1; 0), В (–2; 4; 0), С (–2; 1; 6).  1. Найти длины векторов , ; направление вектора .  2. Вычислить скалярное произведение векторов  и .  3. Найти угол между векторами  и , используя скалярное произведение векторов.  4. Вычислить векторное произведение векторов  и. |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К7 | Вопросы для подготовки к устному опросу:  Даны векторы: , , .  1. Определение скалярного произведения двух векторов  и .  2. Вычисление скалярного произведение двух векторов в координатной форме.  3. Векторное произведение векторов  и  4. Вычисление векторного произведения векторов  и  в координатной форме.  5. Вычисление объема через смешанное произведение трех векторов , , |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К8 | Пример контрольного задания:  1. В двумерном евклидовом пространстве даны точки  и . Вычислить евклидовы нормы: евклидово расстояние ; манхэттенское расстояние .  2. Вычислить максимальную норму  для точек из задания 1.  3. Даны два вектора в трехмерном евклидовом пространстве:  и . Найти косинусное расстояние между  и .  4. Найти расстояние Хэмминга между векторами 10101 и 11110. |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К9 | Пример контрольного задания:  Даны координаты вершин треугольника АВС: А (4; –2), В (7; 2), С (8; 0).  1. Найти длину стороны АВ как расстояние между двумя точками на плоскости.  2. Выписать общее уравнение стороны АВ как уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.  3. Найти длину высоты СD как расстояние от точки C до прямой AB.  4.Выписать уравнение прямой, проходящей через точку Е (1,1) параллельно стороне АВ. |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К10 | Пример контрольного задания:  В трехмерном пространстве даны точки : А (2; 3; 0), В (0; 6; 0), С (0; 3; 6), D (2; 6; 8).  1. Выписать общее уравнение плоскости, проходящей через точку А (2; 3; 0) перпендикулярно вектору . Выписать вектор нормали для полученной плоскости.  2. Выписать общее уравнение плоскости, проходящей через точку В (0; 6; 0) параллельно плоскости 2х+3y-5z+1=0.  3. Найти расстояние от точки А(2; 3; 0) до данной плоскости 2х+3y-5z+1=0.  4. Параллельны ли плоскости 2х+3y-5z+1=0 и 4х+6y-10z+1=0? Обоснуйте свой ответ. |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К11 | Пример контрольного задания:  Даны координаты точек  в трехмерном пространстве: А (2; 3; 0), В (0; 6; 0), С (0; 3; 6), D (2; 6; 8).  1. Записать уравнение прямой в пространстве, проходящей через точку А(2; 3; 0) параллельно вектору .  2. Выпишите направляющий вектор для полученной прямой.  3. Запишите уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки: А (2; 3; 0) и D (2; 6; 8).  4. Параллельны ли прямые, получившиеся в п.п. 1 и 2? |
|  | Текущий контроль | Контрольная точка К12 | Пример контрольного задания:  1. Определить вид кривой: .  2. Выписать уравнение эллипса с центром в начале координат, если большая полуось *a*=4, а малая полуось *b*=2.  3. Выписать уравнение гиперболы с центром в начале координат, один из фокусов которой находится в точке F(5,0), а действительная полуось *a*=4.  4. Чему равен параметр *p* параболы, описываемой уравнением . |
|  | Промежуточный аттестация | Экзамен по билетам | Вопросы для подготовки к экзамену:   1. Матрицы и операции над ними. Компактная форма записи матрицы. 2. Элементарные преобразования матриц и приведение их к ступенчатой, трапециевидной и диагональной формам. 3. Матрицы элементарных преобразований. Виды матриц. Матрица-строка, матрица-столбец. Единичная матрица. 4. Умножение матриц. Линейные операции. Транспонированная матрица. 5. Некоторые свойства операций над матрицами. Специальные виды матриц: диагональная, симметричная, ортогональная. 6. Разреженные матрицы. Понятие тензора. Понятие вектора как массива чисел. 7. Понятие определителя, способы вычисления. 8. Простейшие свойства определителей. 9. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей посредством приведения к треугольному виду. 10. Определитель n-го порядка и его свойства. Определитель как мера сжатия или расширения пространства матрицей. 11. Теорема Лапласа и ее следствия. 12. Вычисление обратной матрицы. Ранг матрицы. 13. Теорема о базисном миноре и ее следствия. Матричные уравнения. 14. Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Компактная запись системы. Системы с квадратной невырожденной матрицей. 15. Критерий совместности системы линейных уравнений. Метод Крамера. 16. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Алгоритм Гаусса исследования и решения систем линейных уравнений. 17. Спектральное разложение матрицы. Собственный вектор и собственное значение матрицы, их геометрический смысл. 18. Вырожденная матрица. Положительно определенная и полуопределенная матрица. 19. Вычисление определителя через собственные значения матрицы. 20. Сингулярное разложение матрицы. Сингулярные значения, левые и правые сингулярные векторы. 21. Использование сингулярного разложения для обобщения операции обращения матриц на неквадратные матрицы. 22. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Решение линейного уравнения, найденное псевдообращением. 23. Оператор следа. Инвариантность оператора следа относительно транспонирования и циклической перестановки. 24. Геометрические векторы, определение и терминология. Линейные операции над векторами. Векторы на прямой, на плоскости и в пространстве. 25. Аффинная система координат. Координаты точки. Проекции вектора. Координаты вектора и их связь с проекциями. Длина вектора. 26. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности двух векторов. 27. Векторное произведение векторов, его свойства. Условие коллинеарности двух векторов. Вычисление площадей. 28. Смешанное произведение и его свойства. Условие компланарности трех векторов. Вычисление объемов. 29. Понятие нормы вектора. Норма как функция для измерения длины, ее свойства. Евклидова норма. Виды норм, их вычисление. 30. Квадрат нормы. Максимальная норма как максимальное абсолютное значение элементов вектора. 31. Норма Фробениуса для оценки размера матрицы. Запись нормы Фробениуса через оператор следа. Вычисление скалярного произведения векторов через нормы. 32. Вещественное линейное пространство. Примеры. Линейные операции над векторами. Линейная комбинация. 33. Линейная оболочка множества векторов. Линейная зависимость и независимость векторов, геометрический смысл. 34. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису. Матрица перехода. 35. Линейные подпространства и линейные многообразия. Ортогональные системы векторов. 36. Понятие метрического пространства. Функция расстояния. Евклидовы метрики. 37. Примеры метрик. Манхэттенское расстояние или расстояние городских кварталов. Расстояние Жаккара. 38. Косинусное расстояние. Расстояние Хэмминга. 39. Уравнения прямой линии на плоскости и в трехмерном евклидовом пространстве. Канонические уравнения. Параметрические уравнения. 40. Уравнения в отрезках. Векторные уравнения. Критерий параллельности вектора и прямой. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. 41. Уравнения плоскости в пространстве. Вектор нормали к плоскости. Уравнение плоскости через три точки, не лежащих на одной прямой. 42. Нормальное уравнение плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, угол между плоскостями. Гиперплоскость. 43. Прямая в пространстве. Направляющий вектор прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. 44. Взаимное расположение прямой и плоскости. 45. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Окружность, эллипс. 46. Гипербола, парабола. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. 47. Общее уравнение поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка. |

Паспорт фонда оценочных средств приведен в п. 6.3 РПД.

Разработчик И.М. Соколинская

|  |
| --- |
| Примеры билетов к экзамену  ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  (национальный исследовательский университет)»  Кафедра математического обеспечения информационных технологий  Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»  БИЛЕТ № 1  1. Обратная матрица.  2. Примеры метрик. Манхэттенское расстояние или расстояние городских кварталов. Расстояние Жаккара.  3. Найти матрицу, заданную формулой:  , если,.  4. Решить систему по формулам Крамера:  .  5. Даны векторы  и . Вычислить.  Доцент И.М. Соколинская |
| ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  (национальный исследовательский университет)»  Кафедра математического обеспечения информационных технологий  Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»  БИЛЕТ № 2  1. Виды матриц. Симметрическая, ортогональная матрица.  2. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.  3. Определить вид кривой: .  4. Дана матрица . Найти собственные значения  и  для матрицы *A.*  5. Даны векторы  и . Вычислить длину вектора .  Доцент И.М. Соколинская |

|  |
| --- |
| ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  (национальный исследовательский университет)»  Кафедра математического обеспечения информационных технологий  Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»  БИЛЕТ № 3  1. Сингулярное разложение матрицы.  2. Вещественное линейное пространство. Линейные операции над векторами. Линейная комбинация.  3. В двумерном евклидовом пространстве даны точки  и . Вычислить манхэттенское расстояние .  4. Записать уравнение прямой в пространстве, проходящей через следующие точки: А (4; 6; 0) и D (3; 7; 8).  5. Даны векторы и . Вычислить векторное произведение векторов  и  в координатной форме.  Доцент И.М. Соколинская |
| ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  (национальный исследовательский университет)»  Кафедра математического обеспечения информационных технологий  Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»  БИЛЕТ № 4  1. Понятие нормы вектора. Евклидова норма. Виды норм, их вычисление.  2. Уравнение прямой, проходящей через данную точку.  3. Даны векторы  и Вычислить скалярное произведение векторов и .  4. Решить систему по формулам Гаусса:  .  5. Найти расстояние от точки А(2; 3; 0) до данной плоскости: 2х+3y-5z+1=0.  Доцент И.М. Соколинская |